

Cavalieriho princip

Z ZS-klokanek

[VIEW IN BROWSER](#)

updated 3. 4. 2022 | published 25. 3. 2022

Summary

Výroba matematické pomůcky na názornou ukázkou a vysvětlení Cavalieriho principu v hodinách Hejného matematiky



5.00 hrs



2 pcs



0.20 mm



0.40 mm



PLA



66 g



Prusa MINI /
MINI+

[Learning](#) > [Math](#)

Tags: [matematika](#) [skolnipomucky](#) [cavalierihoprincip](#)

1. Název projektu

Cavalieriho princip – výroba modelu pro výuku Hejného matematiky

2. Autoři

ZŠ logopedická, Mgr. Lucie Bartošová, Mgr. Petr Papavasilevský, inspirací k tomuto projektu byla učebnice matematiky pro 2. stupeň a víceletá gymnázia, pana prof. Hejného a kolektivu autorů - Matematika C, kapitola „Cavalieriho princip“, která rozvíjí u dětí logické myšlení a učí je nahlížet na problémy v souvislostech.

3. Stručný popis projektu

Studenti vypočítají počet destiček potřebných k sestavení kvádru čtvercového půdorysu, promyslí, jaké rozměry by měla mít krabice na jejich přepravu a skladování. Jednu destičku i krabici vymodelují v programu Tinkercad.

Jako rozšíření se následně mohou zamyslet, kolik destiček by bylo potřeba na vytvoření krychle se stejnými rozměry podstavy. Potřebný počet destiček se vytiskne v odlišné barvě.

4. Cíle projektu

Cílem projektu je vytvořit názornou matematickou pomůcku na ukázkou a vysvětlení Cavalieriho principu. Při její výrobě se žáci seznámí s prostředím programů Tinkercad a PrusaSlicer, procvičí si znalosti o objemu kvádrů a krychle a získají praktické zkušenosti s řešením situací při návrhu a výrobě funkčních modelů.

5. Cílová skupina

Žáci druhého stupně se znalostí výpočtu objemu krychle a kvádrů. Lze rozšířit o hranoly s podstavou pravoúhlého trojúhelníku, kosočtverce, kosodélníku, lichoběžníku, nebo také válce. Hotovou pomůcku pak budou využívat žáci 7. a 8. ročníků v hodinách matematiky na demonstraci Cavalieriho principu.

6. Potřebné znalosti

Pro realizaci projektu nejsou nutné žádné speciální znalosti ani dovednosti. Projekt je vhodný pro úplné začátečníky na seznámení s prostředím programu Tinkercad, příp. i programu PrusaSlicer.

Vyučující by měl být obeznámen s principem tvorby návrhů v programu Tinkercad a prací s modely v programu PrusaSlicer.

7. Čas potřebný ke zpracování projektu

Na realizaci samotné hodiny s modely krychle a kvádrů postačí jedna standardní vyučovací hodina.

Tisk jednoho modelu, tedy 20 destiček a 1 krabice, při 100% rozměrech, infillu 15% a výšce vrstvy 0,2mm zabere 18 hodin 20 min. Rozměry je možné dle potřeby upravit, celkový čas tisku se pak bude odvíjet od výsledného zpracování.

8. Potřebné vybavení

Notebook nebo tablet, programy Tinkercad a PrusaSlicer, 3D tiskárna.

Nepovinné - krabíčka čtvercových rozměrů, tvrdý papír, pravítko, tužka a nůžky (viz postup).

9. Potřebné soubory a dokumenty (seznam příloh)

- Cavalieriho_princip.docx
- Cavalieriho_princip-pracovni_listy.docx
- Desticka.stl
- Desticka_0.2mm_PLA_MINI_41m.gcode
- Krabicka.stl
- Krabicka_0.2mm_PLA_MINI_4h19m.gcode
- Cavalieriho_princip-ucebnice.PNG

10. Postup

1. Organizace hodiny:

Žáky je vhodné před začátkem samotné hodiny rozdělit do skupin, které budou spolupracovat a konzultovat své nápady a návrhy. V případě malého počtu žáků může každý žák pracovat sám.

Každá skupina či žák může také pracovat na hranolu s jiným tvarem podstavy (čtverec, pravoúhlý trojúhelník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník). V úvahu přichází i válec.

2. Motivace:

Na začátku hodiny ukáže vyučující žákům obrázek dvou kvádrů rozřezaných na jednotlivé vrstvy různě sestavené a vysvětlí jim, že budou vyrábět pomůcku do hodiny matematiky (může nebo nemusí je seznámit s Cavalieriho principem, tedy že oba objekty jsou v podstatě kvádry se stejnými rozměry a musí mít tedy i stejný objem).

3. Zadání úkolu č. 1 - Matematická úloha

Žáci dostanou zadání matematickou úlohu – Z kolika destiček o výšce 4 mm, sestavím kvádr se čtvercovou podstavou o rozměrech:

$a = 6 \text{ cm}$, a objemu $V = 288 \text{ cm}^3$ (rozměry lze upravit)

Rychlejší žáci, či skupinky žáků, mohou popřemýšlet a navrhnout, kolik destiček by bylo vhodné vytisknout v jiné barvě, aby bylo možné hotový návrh kvádrů jednoduše využít i pro demonstraci krychle.

4. Modelování v Tinkercadu - destička

Žáci se přihlásí do programu Tinkercad, učitel jim představí základní funkce a vysvětlí princip ovládání. Žáci si v programu vyzkouší vymodelovat jednu destičku modelu kvádrů s danými parametry.

5. Zadání úkolu č. 2 – Krabička na úschovu destiček

Žáci promýšlí a diskutují, jaké parametry by měla mít krabička na úschovu destiček. Cílem této fáze je dojít k myšlenkové úvaze, že vnitřní rozměry krabičky (podstavy) by měly být cca o 2 mm větší, než jsou rozměry podstavy hranolu. Při návrhu krabičky je třeba počítat s tím, že destičky na sebe nemusí ideálně naléhat a jejich celková výška po složení bude vyšší než výška vypočtená z objemu. Krabička by proto měla být vyšší nejméně o výšku jedné destičky. Do celkové výšky krabičky je nutné neopomenout započítat také tloušťku jejího dna.

Pro lepší pochopení rozměrů krabičky je vhodné dětem donést jakoukoliv krabičku s nasouvacím víkem, kterou si žáci proměří. Může jít klidně o krabici od bot, nebo cokoliv, na čem mohou žáci okoukat princip a reálné rozměry těles, která do sebe zapadají. V našem případě jsme použili prázdné obaly od apple pencilů.

Žáci si mohou po proměření krabičky zkusit nakreslit a vystříhnout vhodně velký čtyřúhelník z tvrdého papíru, vložit jej na dno krabičky a pozorovat jeho rozměry vzhledem k rozměrům krabičky. Vzájemně pak hodnotí, jak se jim s daným vystřiženým čtyřúhelníkem v krabici manipuluje. Svou úvahu diskutují a obhajují před vyučujícím a spolužáky.

6. Modelování v programu Tinkercad – krabička na úschovu destiček

Žáci vymodelují krabičku na destičky pomocí hranolu a do něj vloženého menšího hranolu, „díry“. Soustředí se na to, aby byly hranoly vycentrované, využívají k tomu jednotlivé funkce programu Tinkercad.

Doporučené rozměry krabičky:

Vnější hranol – 65 mm x 65 mm x 87 mm

Vnitřní rozměry (díra) – 62 mm x 62 mm x 84 mm

Z organizačních důvodů je vhodné, aby destička i krabička byly modelovány zvlášť do samostatných návrhů. Není však bezpodmínečně nutné.

Touto fází může hodina skončit. Podle aktuálních časových možností může vyučující pokračovat na body 7. a 8.

7. Export hotových modelů

Žáci dle návodu vyučujícího vyexportují své návrhy do formátu *.stl.

Je vhodné, aby měl vyučující založenou pro žáky jednoduše dostupnou složku, do které své návrhy uloží, a aby návrh destičky a krabičky byl

vyexportován každý v samostatném souboru. Není to však nezbytně nutné.

8. Zpracování návrhu v programu PrusaSlicer

Vyučující vysvětlí žákům, jak vložit svůj návrh do programu PrusaSlicer a jak nastavit parametry pro tisk. Společně mohou prodiskutovat praktické možnosti tisku návrhu (kolik destiček je možné v rámci jednoho tisku vytisknout, jaké nastavení a kvalitu tisku použít aj.).

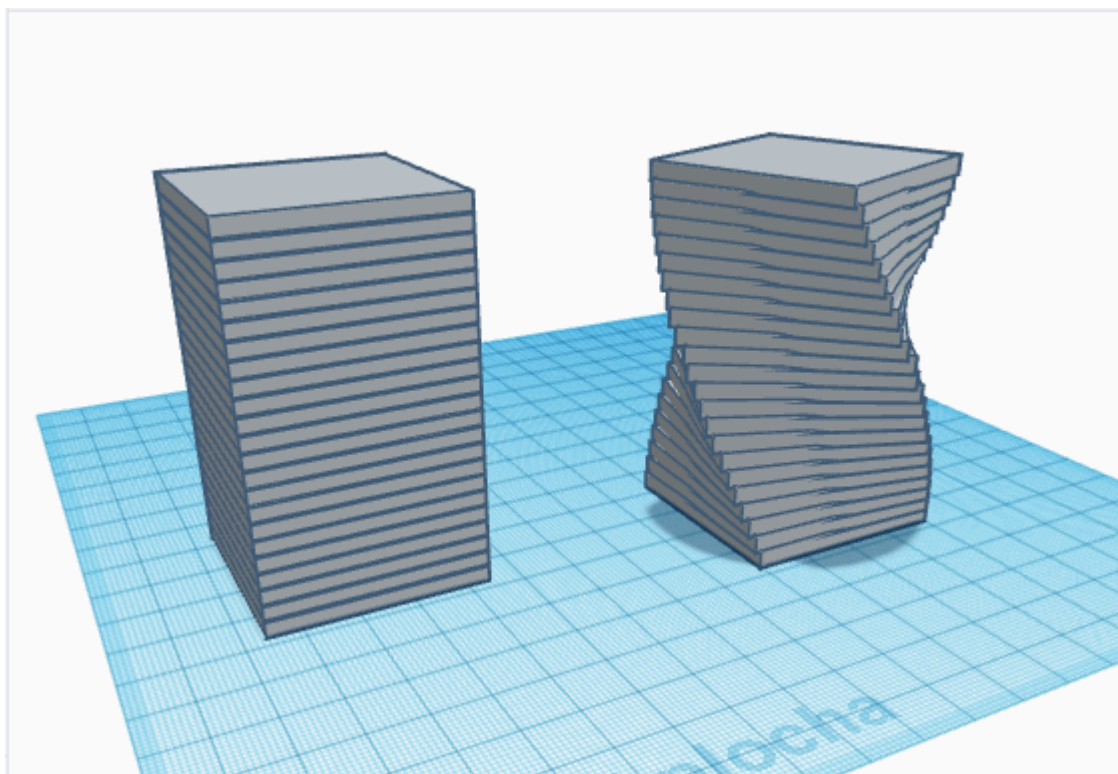
9. Tisk a práce vytištěným modelem

Po vytištění je možné nechat žáky porovnat skutečnou výšku poskládaného hranolu s výškou vypočtenou z objemu a následně rozvinout diskusi, proč je hranol poskládaný z destiček vyšší (např. kvalita a rovnost povrchů, přesnost výroby).

Kvalitu a rovnost povrchů, jak přesně na sebe destičky doléhají, si mohou žáci ověřit prohlédnutím dvou destiček přiložených k sobě proti světlu.

11. Poznámky

Ukázka Cavalieriho principu pro žáky



Úloha č. 1:

Z kolika destiček o výšce 4 mm, sestavím kvádr se čtvercovou podstavou o rozměrech strany $a = 6\text{ cm}$, a objemu $V = 288\text{ cm}^3$

Řešení úlohy č. 1:

výpočet výšky hranolu

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$V = 288 \text{ cm}^3$$

$v_h = ? [\text{cm}]$ – výška hranolu

$$V = a \cdot a \cdot v_h$$

$$v_h = \frac{V}{a \cdot a} = \frac{288}{6 \cdot 6} = \frac{288}{36} = 8 \text{ cm}$$

počet destiček

$$v_h = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$$

$$\underline{v_d = 4 \text{ mm}}$$

$$80 : 4 = 20 \text{ destiček}$$

Jedna destička čtvercové podstavy bude mít rozměry:

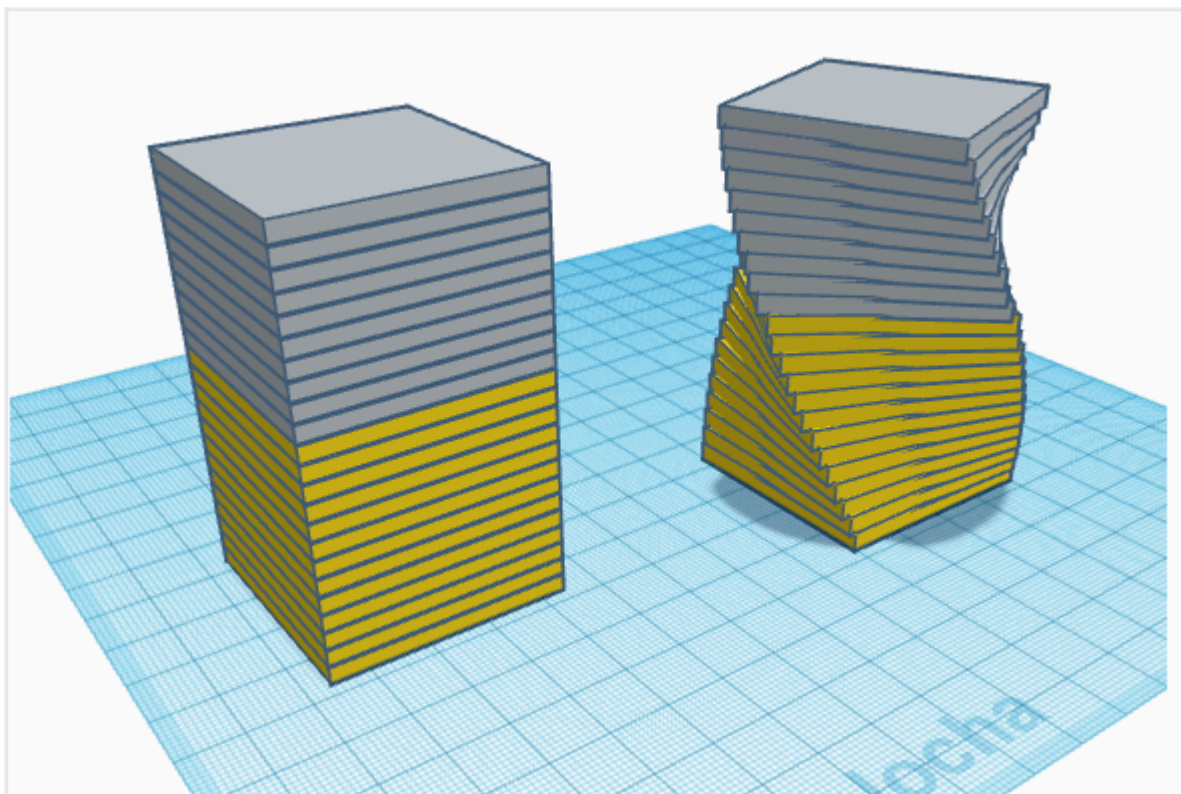
$$a = 6 \text{ cm} = 60 \text{ mm}$$

$$v_d = 4 \text{ mm}$$

Možná rozšíření zadané úlohy:

KRYCHLE:

Urči, kolik destiček se má vytisknout jinou barvou, aby šlo z modelu jednoduše sestavit také krychli.



Řešení:

Krychle má všechny hrany stejně dlouhé. Při rozměrech podstavy $a = 6\text{ cm}$, bude výška krychle $v_h = 6\text{ cm}$.

počet destiček

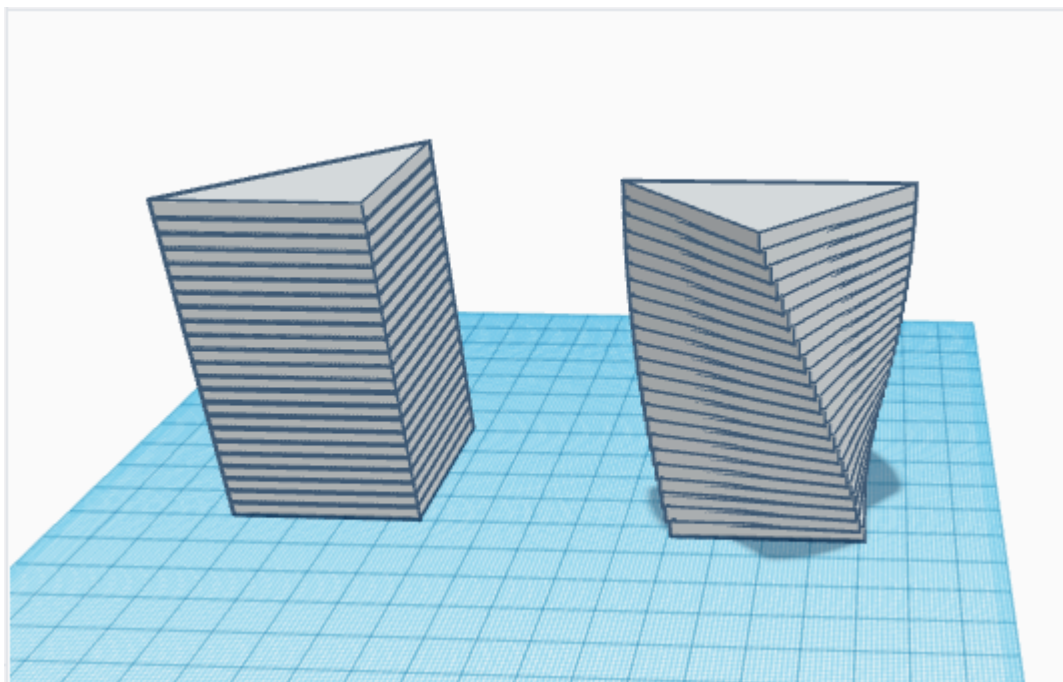
$$v_h = 6\text{ cm} = 60\text{ mm}$$

$$\underline{v_d = 4\text{ mm}}$$

$$60 : 4 = 15 \text{ destiček}$$

TROJBOKÝ HRANOL S PODSTAVOU PRAVÚHLÉHO TROJÚHELNÍKU

Z kolika destiček o výšce 4 mm, sestavím trojboký hranol s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku o délce ramen $a = 6\text{ cm}$, a objemu $V = 144\text{ cm}^3$.



výpočet výšky hranolu

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$V = 144 \text{ cm}^3$$

$v_h = ? [\text{cm}]$ - výška hranolu

$$V = \frac{a \cdot a \cdot v_h}{2}$$

$$v_h = \frac{2V}{a \cdot a} = \frac{2 \cdot 144}{6 \cdot 6} = \frac{288}{36} = 8 \text{ cm}$$

počet destiček

$$v_h = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$$

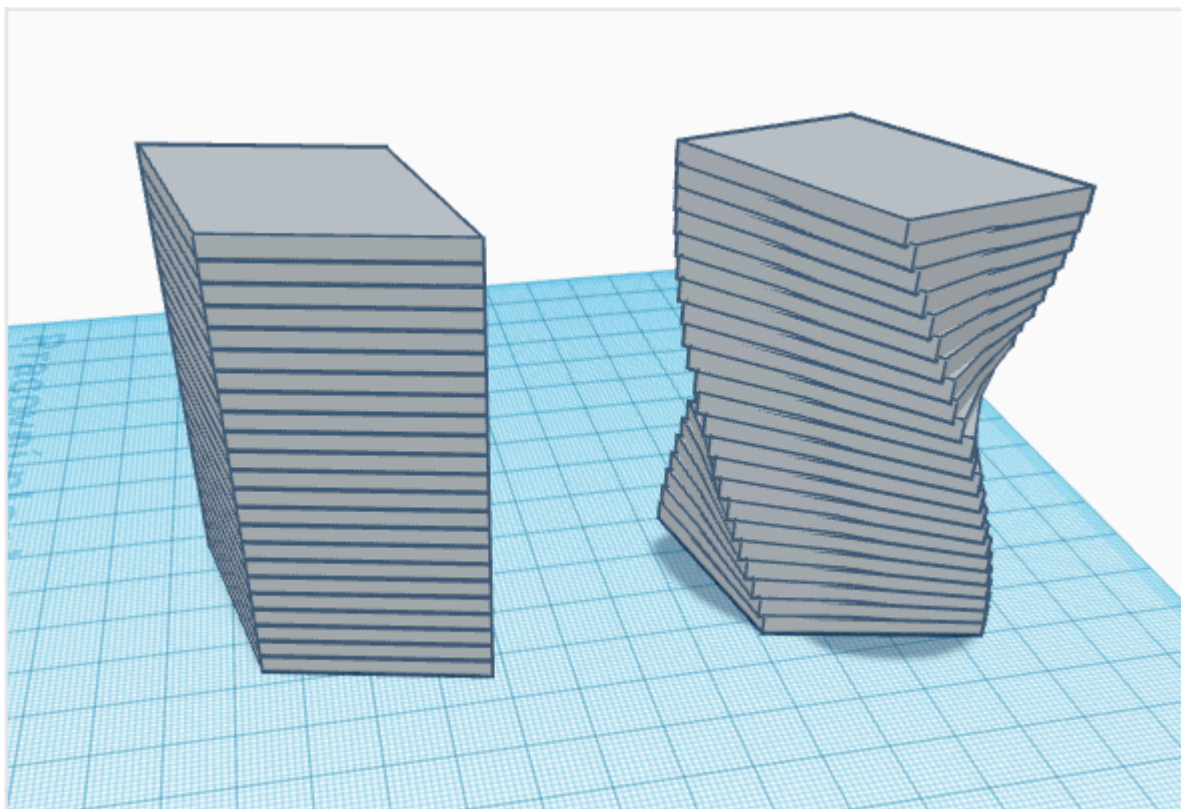
$$\underline{v_d = 4 \text{ mm}}$$

$$80 : 4 = 20 \text{ destiček}$$

Další možnosti zadání:

HRANOL S PODSTAVOU KOSOÚTVERCE

Z kolika destiček o výšce 4 mm, sestavím čtyřboký hranol se podstavou tvaru kosoúťverce a rozměrech podstavy $a = 6 \text{ cm}$, $v_a = 4 \text{ cm}$ a objemu $V = 192 \text{ cm}^3$.



výpočet výšky hranolu

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v_a = 4 \text{ cm}$$

$$V = 192 \text{ cm}^3$$

$v_h = ? [\text{cm}]$ - výška hranolu

$$V = a \cdot v_a \cdot v_h$$

$$v_h = \frac{V}{a \cdot v_a} = \frac{192}{6 \cdot 4} = \frac{192}{36} = 8 \text{ cm}$$

počet destiček

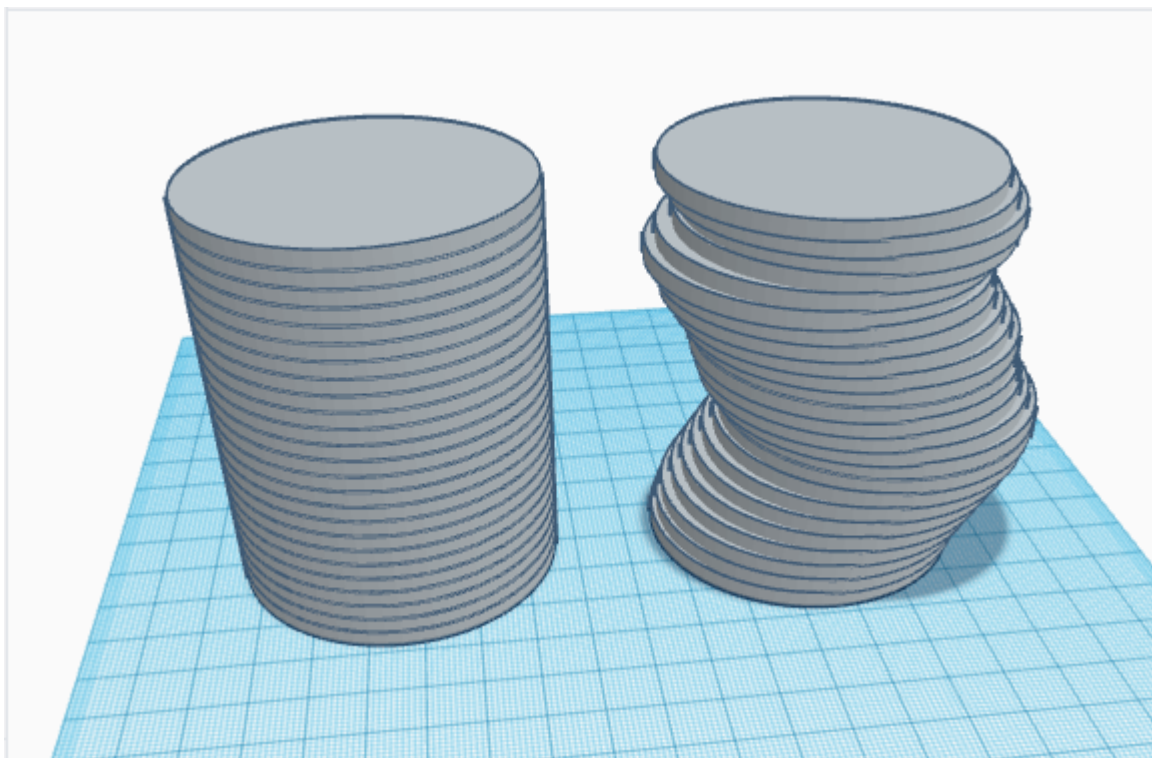
$$v_h = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$$

$$\underline{v_d = 4 \text{ mm}}$$

$$80 : 4 = 20 \text{ destiček}$$

VÁLEC

Z kolika destiček o výšce 4 mm, sestavím válec s průměrem podstavy $a = 6 \text{ cm}$, a objemu $V = 226,08 \text{ cm}^3$ (pro $\pi = 3,14$).



výpočet výšky hranolu

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$V = 226,08 \text{ cm}^3$$

$v_v = ? [\text{cm}]$ - výška válce

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v_v$$

$$v_v = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{226,08}{3,14 \cdot 3^2} = \frac{226,8}{3,14 \cdot 9} = \frac{226,08}{28,26} = 8 \text{ cm}$$

počet destiček

$$v_v = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$$

$$\underline{v_d = 4 \text{ mm}}$$

$$80 : 4 = 20 \text{ destiček}$$

Print files



krabicka_02mm_pla_mini_4h19m.gcode

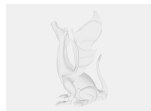
PLA 0.40 mm 0.20 mm 4.32 hrs 55 g Prusa MINI / MINI+



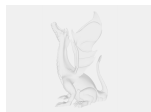
desticka_02mm_pla_mini_41m.gcode

PLA 0.40 mm 0.20 mm 0.68 hrs 10 g Prusa MINI / MINI+

Other files



cavalieriho_princip-projekt.pdf



cavalieriho_princip-pracovni-list.pdf

License

This work is licensed under a
[Creative Commons \(International License\)](#)



Public Domain

- ✓ | Sharing without ATTRIBUTION
- ✓ | Remix Culture allowed
- ✓ | Commercial Use
- ✓ | Free Cultural Works
- ✓ | Meets Open Definition